

Теория

1. Числовая окружность. Понятие. Примеры.
2. Синус и косинус. Определение. Примеры.
3. Свойства синуса и косинуса.
4. Тангенс и котангенс. Определение. Примеры.
5. Свойства тангенса и котангенса.
6. Тригонометрические функции числового аргумента. Основные тригонометрические тождества.
7. Тригонометрические функции углового аргумента.
8. Функция $y = \sin x$. Ее свойства и график.
9. Функция $y = \cos x$. Ее свойства и график.
10. Функция $y = \operatorname{tg} x$. Ее свойства и график.
11. Функция $y = \operatorname{ctg} x$. Ее свойства и график.
12. Построение графика функции $y = m \cdot f(x)$. Примеры.
13. Построение графика функции $y = f(kx)$. Примеры.
14. Функция $y = \arcsin x$. Ее свойства и график. Определение арксинуса числа. Примеры.
15. Функция $y = \arccos x$. Ее свойства и график. Определение арккосинуса числа. Примеры.
16. Функция $y = \operatorname{arctg} x$. Ее свойства и график. Определение арктангенса числа. Примеры.
17. Функция $y = \operatorname{arcctg} x$. Ее свойства и график. Определение арккотангенса числа. Примеры.
18. Теорема о взаимосвязи арксинуса и арккосинуса числа.
19. Теорема о взаимосвязи тангенса и арккотангенса числа.

Уровень В

1. Найдите на числовой окружности все точки, соответствующие заданной формуле (во всех формулах $n \in \mathbb{Z}$)

a. $\pm \frac{\pi}{3} + \pi n$

b. $-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$

c. $(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n$

2. На отрезке $\left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{17\pi}{6}\right]$ укажите числа, которым на числовой окружности соответствует

заданная точка $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

3. Вычислите

a. $\cos \frac{5\pi}{3} + \sin \frac{4\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{2} \sin \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{2}$

b. $\sin 2 + \sin(2 + \pi) + \cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \left(-\frac{\pi}{12}\right)$

4. Решите уравнение

a. $\sin t = -\frac{1}{2}$

b. $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c. $\sin t = -\frac{\pi}{3}$

5. Решите неравенство

a. $\sin t \leq \frac{1}{2}$ b. $\cos t \leq -\sqrt{3}$ c. $\begin{cases} \cos t < -\frac{1}{2}, \\ \sin t > -2, \\ \sin t \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

6. Упростите выражение

a. $\cos^2 t - \sin^2 t (ctg^2 t + 1)$

b. $(\operatorname{tgt} + ctgt)^2 - (\operatorname{tgt} - ctgt)^2$

7. По заданному значению функции найдите значения остальных тригонометрических функций

a. $\cos t = -\frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < t < \pi$

b. $ctgt = -\frac{7}{24}, \frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$.

8. Расположите числа в порядке возрастания: $\cos 390^\circ, \cos 460^\circ, \cos 920^\circ, \cos 650^\circ$

9. Дана функция $y = 3\sin 2x$.

- a. Постройте график функции
 b. Исследуйте функцию на четность.
 c. Найдите основной период функции.
 d. Найдите область значений функции.

- e. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции на промежутке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

10. Постройте график функции $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$. Опишите ее свойства.

11. Вычислите

a. $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b. $\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

c. $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arccos}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arcsin}1$

d. $\operatorname{arcsin}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

12. Решите уравнение $\operatorname{arccos} 2x = \frac{\pi}{6}$

Уровень С

1. Найдите на числовой окружности все точки, соответствующие заданной формуле (во всех формулах $n \in \mathbb{Z}$)

a. $\pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}$

b. $-\frac{3\pi}{7} + \frac{\pi n}{3}$

c. $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{4}$

2. На отрезке $\left[-\frac{3\pi}{8}; \frac{17\pi}{6}\right]$ укажите числа, которым на числовой окружности соответствует

заданная точка $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

3. Вычислите

a. $\operatorname{tg} 2,5 \cdot \operatorname{ctg} 2,5 + \cos^2 \pi - \sin^2 \frac{\pi}{8} - \cos^2 \frac{\pi}{8}$

b. $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{4} - \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{3} + \cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$

4. Решите уравнение

a. $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sqrt{2} \sin t = 0$

b. $\sin t = -\frac{\pi}{3}$

c. $\sqrt{1 - \cos^2 t} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

5. Решите неравенство

a. $\operatorname{tg} 1 \cdot \operatorname{ctg} 2 \cdot \operatorname{tg} 3 \cdot \operatorname{ctg} 4 \cdot (x^2 + 2) > 0$

b. $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin x < \frac{1}{2}$

c.

$\operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t \geq 0.$

6. Докажите тождество

a. $\frac{1 - \sin t}{\cos t} = \frac{\cos t}{1 + \sin t}$

b. $\frac{1 - 4 \sin^2 t \cos^2 t}{(\sin t + \cos t)^2} + 2 \sin t \cos t = 1$

7. По заданному значению функции найдите значения остальных тригонометрических функций

a. $\operatorname{ctg} t = -\frac{8}{15}, \frac{5\pi}{2} < t < 3\pi$

b.

8. Вычислите $\operatorname{tg} t$, если $\frac{\sin t + 3 \cos t}{\sin t - 3 \cos t} = 4$

9. Вычислите $\operatorname{ctg} 2^\circ \cdot \operatorname{ctg} 4^\circ \cdot \operatorname{ctg} 6^\circ \cdot \dots \cdot \operatorname{ctg} 178^\circ$.

10. Дана функция $y = \left| 2 \cos x - \frac{1}{2} \right|$.

- Постройте график функции
- Исследуйте функцию на четность.
- Найдите основной период функции.
- Найдите область значений функции.

- e. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции на промежутке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

11. Постройте график функции $y = |\operatorname{tg} x|$. Опишите ее свойства.

12. Вычислите

a. $\cos\left(2 \arccos \frac{1}{2} - 3 \arccos 0 - \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$

b. $\sin\left(\arccos \frac{3}{5}\right)$

с. $\cos\left(\operatorname{arcctg} \frac{12}{5}\right)$

12. Решите уравнение $\arccos(3x^2 - 5x + 1) = \frac{\pi}{2}$

Звездные задачи

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 11 + |\operatorname{tg} 11|}{|\operatorname{ctg} 12| - \operatorname{ctg} 12}$
2. Вычислите $\operatorname{ctg} t$, если известно, что $\frac{2 \sin t \cos t}{\cos^2 t - \sin^2 t} = \frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{4} < t < \pi$.
3. Постройте график функции $y = \frac{1}{\sin x}$. Опишите ее свойства.
4. Постройте график функции $y = \cos(x + |x|)$. Опишите ее свойства.
5. Постройте график функции $y = \sin(\arccos x)$. Опишите ее свойства.
6. Решите неравенство $8 \arcsin^2 x + 2\pi \arcsin x < \pi^2$
7. Докажите, что $\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
8. Докажите, что $\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$