

Зачет по теме «Элементы теории делимости»

Теория

1. Определение делимости чисел. Свойства делимости.
2. Признаки делимости чисел на 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 25, 125.
3. Простые и составные числа. Теоремы о простых числах (без доказательства). Примеры.
4. Деление с остатком. Примеры.
5. НОД и НОК, взаимно простые числа. Примеры.
6. Теорема о делимости общего кратного двух чисел на их НОК.
Следствия
7. Теорема о связи НОД и НОК двух чисел. Следствия.
8. Основная теорема арифметики натуральных чисел. (первое утверждение)
9. Основная теорема арифметики натуральных чисел. (второе утверждение)
10. Множество рациональных чисел. На примере дроби $\frac{2}{7}$ показать алгоритм перевода обыкновенной дроби в десятичную.
11. Множество рациональных чисел. На примере дроби $2,(21)$ показать алгоритм перевода десятичной периодической дроби в обыкновенную.
12. Множество иррациональных чисел. Доказать, что число $\sqrt{3}$ является иррациональным.
13. Множество действительных чисел. Понятие больше (меньше).

14. Функция целая часть числа.
15. Функция дробная часть числа.

Уровень В

1. Докажите, что
 - a. $(53^3 + 63^3) : 116$; b. $7^n - 2^n : 5$
2. Определите, является ли простым число $413113 \cdot 2111 + 101 \cdot 567$.
3. Запишите формулу числа, делящегося на 53; дающего при делении на 17 в остатке 11.
4. В числе 23_47 заполните пропуск так, чтобы оно делилось на 3; на 9; на 11.
5. Найдите НОД и НОК чисел 105 и 165; 156, 195 и 3900; $2^{14} \cdot 3^7$ и $2^{11} \cdot 3^{15}$.
6. Разложите числа на простые множители: 480; 2555; 1207
7. Найдите все пары натуральных чисел, удовлетворяющих уравнению $xy = 7$; $x^2 - y^2 = 12$
8. Запишите в виде обыкновенной дроби: $0,(63)$, $1,3(2)$.
9. Запишите в виде десятичной периодической дроби: $\frac{1}{11}$;
 $\frac{2}{27}$

Уровень С

1. Докажите, что

а. Если при некотором натуральном n , число $2^{n+5} \cdot 3^{4n} + 5^{3n+1}$ делится на 37, то $2^{n+6} \cdot 3^{4(n+1)} + 5^{3(n+1)+1}$ также делится на 37. Проверьте для $n = 1$. Для каких значений n еще имеет место делимость?

б. $85^n + 45 \cdot 3^n : 22$

2. Определить, является ли простым число $2^{50} + 7^{40}$.

3. Остаток от деления числа n на 50 равен 17, каким может быть остаток от деления этого числа на 10? На 5?

4. В числе 3423_ заполните пропуск цифрой так, чтобы оно делилось на 3 и на 2; на 3 и на 4.

5. Найдите НОД и НОК чисел 5^n и 5^{n+2} ; n^2+n и $n+1$; 6^{14} и $75!$.

6. Разложите числа на простые множители: $37!$; $5^3 \cdot 15^4 \cdot 81^5$; 27761.

7. Решите в целых числах уравнение: $(x+1)(y-5) = 11$; $x+y = xy$

8. Запишите в виде обыкновенной дроби: $0,(103)$, $1,32(21)$

9. Запишите в виде десятичной периодической дроби: $\frac{17}{47}$;

$$\frac{524}{533}.$$