

Теория

1. Определение квадратного корня из неотрицательного числа.

Примеры.

2. Доказать, что не существует такого рационального числа (дроби), квадрат которого равен 3.

3. Решение уравнений вида $x^2 = a$, примеры.

4. Функция $y = \sqrt{x}$, ее график и свойства.

5. Доказать теорему о квадратном корне из произведения.

6. Доказать теорему о квадратном корне из частного.

7. Определение модуля числа, его свойства.

8. Геометрический смысл модуля числа.

9. Доказать тождество $\sqrt{x^2} = |x|$.

10. Функция $y = |x|$. Ее график и свойства.

11. Показать на примере выражения $\sqrt{a^{12}}$ как извлекается квадратный корень из степени с четным показателем.

12. Показать на примере выражения $a \sqrt{\frac{2}{a}}$ как можно внести множитель под знак корня.

13. Показать на примере выражения $a\sqrt{a^5}$ как можно вынести множитель из-под знака корня.

14. На примере выражений $\frac{1}{\sqrt{a}}$ и $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ покажите, как можно освободиться от иррациональности в знаменателе дроби.

Уровень В

1. Верно ли равенство? Ответ обосновать.

а) $\sqrt{0,64}=0,8$ б) $\sqrt{0,9}=0,3$ в) $\sqrt{49}=-7$

2. Вычислить:

а) $\sqrt{4(0,3^2 + 0,07)}$; б) $\sqrt{0,5^2 - 0,4^2}$ в) $\sqrt{32400}$; г) $\sqrt{27,04}$.

3. Решить уравнение: $\frac{1}{4\sqrt{x}}=2$; б) $\sqrt{x-5}=4$; в) $1+\sqrt{2x}=10$.

4. Найти область допустимых значений переменных в выражениях:

а) $\sqrt{5x}$; б) $\sqrt{-3y}$; в) $\sqrt{x^4}$; г) $\sqrt{-x^5}$; д) $\sqrt{\frac{x}{y}}$; е) \sqrt{ab} .

5. Решите уравнение:

а) $x^2=5$; б) $x^2-0,2=0,05$; в) $64+y^2=0$; г) $(x-2)^2=4$.

6. Расположите числа в порядке возрастания $\sqrt{15}$; 3; $\sqrt{16,5}$; 4; $\sqrt{19}$.

7. Какие целые числа на координатной прямой расположены между числами $\sqrt{2,5}$ и 4?

8. Вычислите: $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{98}$; $\sqrt{\frac{1}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{25}}$; $\frac{\sqrt{72000}}{\sqrt{2000}}$; $\frac{\sqrt{4,5}}{\sqrt{12,8}}$.

9. Упростите: а) $-\sqrt{0,64y^6}$, если $y < 0$ б)

10 $\sqrt{0,09} \cdot c^{14}$, если $c > 0$

10. Внесите множитель под знак корня:

$2\sqrt{a}$; $-3\sqrt{2}$; $x\sqrt{5}$, если $x < 0$; $x\sqrt{x}$; $y\sqrt{-y}$

11. Сократить дробь: $\frac{a^2-3}{a+\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{b-c}$

12. Освободиться от иррациональности в знаменателе:

$$\frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

13. Постройте график функции $y = \sqrt{x-1} + 2$ и исследуйте ее.

Уровень С

1. При каких значениях x верно равенство а) $1 + \sqrt{2x} = 10$ б) $\sqrt{x^2} = x - 2$

2. Вычислить:

а) $3 \cdot \sqrt{0,1024} - \sqrt{0,3136}$ б) $\frac{3}{\sqrt{x+3}} = 3$ в) $961 + 2 \cdot 31 \cdot 47 + 2209$

3. Решить уравнение:

а) $(\sqrt{x})^2 = 16$ б) $\frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3$ в) $\sqrt{7 + \sqrt{6 - \sqrt{x}}} = 3$

4. При каких значениях переменных имеют смысл выражения:

а) $\frac{x-2}{\sqrt{x}}$ б) $\frac{-6}{\sqrt{-x}}$ в) $\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ г) $\sqrt{-x^2}$ д) $\sqrt{x^3y}$ е) $\sqrt{x^2y}$?

5. Решите уравнение: а) $(y+1)^2 = \frac{9}{64}$ б) $(\sqrt{5y})^2 = 10$

в) $y^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$

6. Расположите числа в порядке возрастания: $\frac{1}{4}$; $\sqrt{0,1}$; $0,2$; $\sqrt{\frac{1}{11}}$

7. Какие целые числа на координатной прямой расположены между числами -3 и $\sqrt{8}$?

8. Вычислите:

$0,3\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{15} \cdot 0,5\sqrt{6}$; $\frac{\sqrt{0,48}}{5\sqrt{12}}$; $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4}$; $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$

9. Упростите: $-x\sqrt{x^2y^{16}}$, если $x < 0$; $\sqrt{(a-b)^2}$, если $b > a$

$\sqrt{x^2 - 6x + 9}$, если $x \geq 3$; $\sqrt{37 - 20\sqrt{3}}$

10. Внесите множитель под знак корня : $a^3\sqrt{2}$, где $a \geq 0$; $(a-b)\sqrt{(a-b)^2}$

если $b > a$; $\sqrt{x-y}(y-x)$; $2ab\sqrt{\frac{a}{2b}}$ где $a < 0, b < 0$

11. Сократить дробь: $\frac{3\sqrt{3}-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{3}}$; $\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{x}-x\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}$

12. Освободиться от иррациональности в знаменателе: $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$

13. Постройте график функции и укажите ее свойства

$$y = \begin{cases} \sqrt{-x+3}, & x \leq 2, \\ 3 - \sqrt{x+2}, & x > 2. \end{cases}$$

Звёздные задачи

1. Упростить:

$$2\sqrt{3} + 0,25(\sqrt{21} - 5)(\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) + \frac{2\sqrt{7} - 4}{1 + \sqrt{7}}$$

2. Найти c и c^2 , если $c = \sqrt{15 - 4\sqrt{11}} - \sqrt{15 + 4\sqrt{11}}$

3. Доказать что числа $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ и

$4\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ равны.

4. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{10}{\sqrt{5} - \sqrt{10} + \sqrt{20} + \sqrt{40} - \sqrt{80}}$$

5. Упростите выражение:

$$\sqrt{\frac{x}{x - a^2}} : \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x + a^2}}{\sqrt{x} + \sqrt{x + a^2}} - \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x + a^2}}{\sqrt{x} - \sqrt{x + a^2}} \right)$$