

Теория

1. Определение числовой функции. Область определения функции. Естественная область определения. Примеры нахождения области определения.
2. Область значений числовой функции. Алгоритм нахождения области значения квадратичной функции. Примеры.
3. Способы задания функции. Привести пример функции, заданной различными способами.
4. Функция целая часть числа. Свойства и график.
5. Функция дробная часть числа. Свойства и график.
6. Определения монотонных функций. Примеры Возрастающей и убывающей функции. Аналитическое доказательство.
7. Определение ограниченных функций. Примеры. Связь между ограниченностью и наименьшим/наибольшим значениями.
8. Определение наименьшего и наибольшего значения функции на множестве. Примеры. Связь между ограниченностью и наименьшим/наибольшим значениями.
9. Определение точки максимума и точки минимума функции. Примеры.
10. Алгоритм исследования функции по графику на примере кусочно-аналитической функции.
11. Определение четной и нечетной функции. Свойства. Примеры.
12. Функции вида $y = x^{2n}, n \in N$. Свойства и график.
13. Функции вида $y = x^{2n+1}, n \in N$. Свойства и график.
14. Функции вида $y = x^{-2n}, n \in N$. Свойства и график.
15. Функции вида $y = x^{-2n+1}, n \in N$. Свойства и график.
16. Теорема о точках пересечения двух монотонных функций. Примеры применения.
17. Определение кубического корня. Свойства.
18. Функция $y = \sqrt[3]{x}$. Свойства и график.

Уровень В

1. Найдите область определения функции

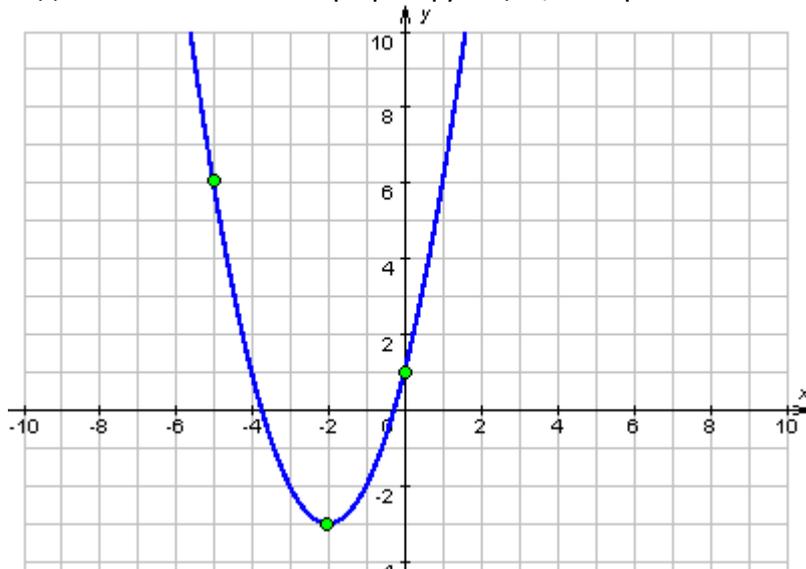
a. $y = \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$

b. $y = \sqrt{\frac{2-x}{x+2}}$

c. $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 8x + 15}}$

d. $y = \frac{\sqrt{x+2}}{3-2x+x^2}$

2. Задайте аналитически график функции, изображенный на рисунке



3. Исследуйте функцию на монотонность на указанном промежутке

a. $f(x) = 3x - 5$ на \mathbb{R}

b. $f(x) = x^2 - 6x + 3$ на $[3; +\infty)$

4. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = x^2 + 4x - 3$

5. Исследуйте функцию на четность на области определения

a. $y = \frac{x^2 + 8}{x^2 - 9}$

b. $y = \sqrt{x}$

c. $y = x^3 + 4x$

6. Постройте и прочитайте график функции

a. $y = \begin{cases} x^{-3}, & x \leq -1, \\ -x^2, & -1 < x \leq 1, \\ x^4, & x > 1. \end{cases}$

b. $y = [x - 1] + 4$

c. $y = -\sqrt[3]{x-4}$

7. Решите графически

a. $\begin{cases} y = \frac{1}{x^2}, \\ |x| - y = 0 \end{cases}$

b. $\sqrt[3]{x} = 10 - x$

Уровень С

1. Найдите область определения функции

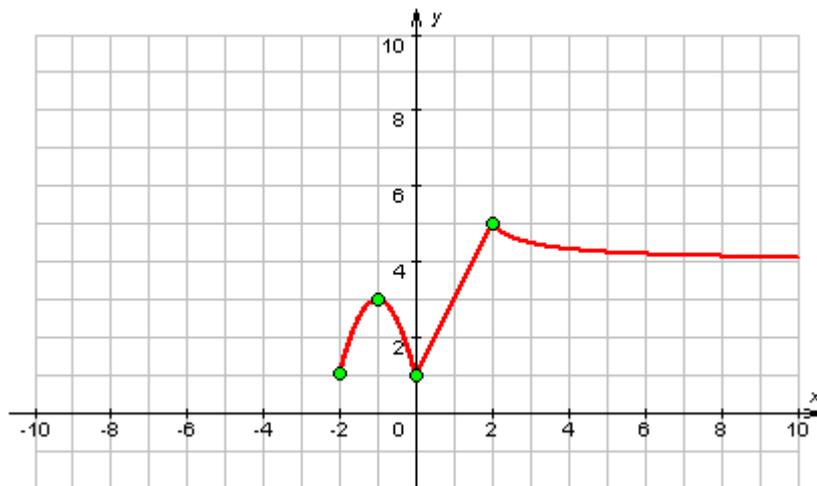
a. $y = \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}{\sqrt{2 - x - x^2}}$

b. $y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x - 4}{2 - x - x^2}}$

c. $y = \frac{1 - \sqrt{-x^2 - 7x + 8}}{1 + \sqrt{x + 9}}$

d. $y = 2x\sqrt{x^3 - 3x^2}$

2. Задайте аналитически график функции, изображенный на рисунке



3. Исследуйте функцию на монотонность на указанном промежутке

b. $f(x) = x^3 - 3x$ на $[1; +\infty)$

b. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ на $(0; +\infty)$

4. Найдите наименьшее и наибольшее значение функции $y = -4x^2 - 12x + 1$

5. Исследуйте функцию на четность на области определения

a. $y = -\sqrt{|x|}$

b. $y = \frac{2x}{|x|}$

c. $y = \frac{x - 2}{\sqrt{x} + \sqrt{-x}}$

6. Постройте и прочитайте график функции

a. $y = \begin{cases} 2x^{-3}, & x \leq -1, \\ -x^2, & -1 < x \leq 1, \\ x^4, & x > 1. \end{cases}$

b. $y = \{x\} + \{-x\}$

c. $y = \begin{cases} 2(x + 4)^2, & -6 < x \leq -2, \\ -x^3, & -2 < x \leq 0, \\ \sqrt[3]{x}, & 0 < x < 8. \end{cases}$

7. Решите графически

a. $\begin{cases} y = \frac{1}{x^2}, \\ |x| - y = 0 \end{cases}$

b. $\sqrt[3]{x} = x^{-5}$

Звездные задачи

1. Пусть множество значений функции $y = f(x)$ есть отрезок $[-3; 5]$. Найдите множество значений функции $y = (f(x))^2$, $y = (f(x))^3$, $y = |f(x)|$
2. Постройте графики функций $y = \left[\frac{x}{5} \right]$, $y = \{5x\}$
3. Пусть функция $y = f(x)$ возрастает на J и принимает на J только положительные значения. Докажите, что функция $y = \frac{1}{f(x)}$ убывает на J .
4. Доопределите функцию так, чтобы она стала четной $y = \begin{cases} x^2 - \sqrt{3-x}, & \text{при } x < 0, \\ & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$
5. Сравните числа $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}$ и $\sqrt{3\sqrt[3]{2}}$; $\sqrt[3]{31}$ и $1 + \sqrt{5}$

Доп вопросы:

1. Нахождение области определения и области значения различных функций
2. График функции и не функции
3. Графики, связанные с целой частью и дробной частью числа
4. Нахождение минимумом и максимумов с несколькими пиками

