

Теория

1. Понятие функции, области определения, области значений, графика функции.
Примеры.
2. Функция целая часть числа. Определение, свойства, график.
3. Функция дробная часть числа. Определение, свойства, график.
4. Построение графика функции, содержащей знак модуля.
5. Монотонность функции. Определение, примеры.
6. Связь монотонности функции $y = f(x)$ и монотонности функции $y = a \cdot f(x) + b$.
7. Теорема о монотонности суммы двух монотонных функций.
8. Связь монотонности функции $y = f(x)$ и монотонности функции $y = (f(x))^2$.
9. Связь монотонности функции $y = f(x)$ и монотонности функции $y = \frac{1}{f(x)}$.
10. Теорема о корнях уравнения $f(x) = a$ в случае монотонности функции $y = f(x)$.
11. Теорема о корнях уравнения $f(x) = g(x)$ в случае монотонности функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$.
12. Ограниченность функции. Примеры.
13. Наибольшее и наименьшее значение функции. Теорема о постоянной на отрезке функции. Примеры.
14. Связь ограниченности и наименьшего (наибольшего) значений. Примеры.
15. Точки экстремума. Примеры.
16. Четные и нечетные функции. Примеры.
17. Периодические функции. Примеры.
18. Понятие обратной функции. Теорема об обратимости функции. Примеры
19. Понятие обратной функции. Теорема о монотонности обратной функции.
Примеры.

Уровень В

1. Постройте график функции

a. $y = \frac{x+1}{x-1}$ b. $y = |x^2 - 5x - 6|$

2. Найдите область значений функции $y = f(x+5)$ и $y = f(x) + 5$, если область значений функции $y = f(x)$ есть отрезок $[-3; 5]$.

3. Найдите область определения функции

a. $y = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$ b. $y = \frac{x}{x(x+5)+6}$

4. Найдите область значений функции $y = \sqrt{x} + 5$.

5. Исследуйте функцию на монотонность $y = x^2 - 3x + 10$.

6. Решите уравнение $3x = \sqrt{10-x}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 + 5x + 6$

a. На отрезке $[-3; 0]$ b. $[5; 10]$

8. Докажите, что если 2- период функции $y = f(x)$, то 8 – также период данной функции.

9. Постройте график функции, период которой равен 4 и $f(x) = 3\sqrt{x+2}$ на промежутке $[-2; 2)$. Укажите ее свойства.

10. Найдите функцию, обратную $y = \frac{1}{3}x - 4$. Постройте графики обеих функций.

Уровень С

1. Постройте график функции

a. $y = \frac{2x+3}{x-1}$; b. $y = \left| \frac{1}{|x|+1} - 2 \right|$.

2. Найдите область значений функции $y = \frac{f(x)}{6-f(x)}$, если область значений функции $y = f(x)$ есть отрезок $[-3; 5]$.

3. Найдите область определения функции

a. $y = \sqrt{\frac{x+11}{x^2+14x+33}}$ b. $y = \begin{cases} \frac{6x}{x+7}, & x \geq -1, \\ \frac{18}{2-x}, & x < -1. \end{cases}$

4. Найдите область значений функции $y = 2 + \frac{x}{|x|}$.

5. Исследуйте функцию на монотонность $y = (x^2 - 3x + 10)^2$.

6. Решите уравнение $\frac{5}{x+1} = 8\sqrt{x}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{2}{x^4 + 8x^2 + 1}$.

8. Докажите, что если 2- период функции $y = f(x)$, то 3 –период функции $y = 100f\left(\frac{2x-11}{3}\right) + 7$.

9. Постройте график функции, период которой равен 5 и $f(x) = \frac{|x|}{|x|-1}$ на промежутке $[-2; 3)$. Укажите ее свойства.

10. Найдите функцию, обратную $y = \frac{2x-1}{x+3}$. Постройте графики обеих функций.

Звездные задачи**Вариант 1**

1. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{ax+4}$ будет отрезок.
2. Найдите область значений функции $y = \frac{|x|}{x} + \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-3|}{x-3}$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции для каждого значения параметра a . $y = x^2 - 4x$ на отрезке $[-1; a]$.
4. Постройте график функции и определите, существует ли для нее обратная функция. Если да, то на том же чертеже постройте график обратной функции и задайте ее аналитически $y = x + 2|x|$

Звездные задачи**Вариант 2**

1. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{ax+4}$ будет пустое множество.
2. Найдите область значений функции $y = \frac{|x|}{x} - \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x-3|}{x-3}$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции для каждого значения параметра a . $y = -x^2 + 2x - 3$ на отрезке $[a; 3]$.
4. Постройте график функции и определите, существует ли для нее обратная функция. Если да, то на том же чертеже постройте график обратной функции и задайте ее аналитически $y = 2|x| - 5x$

Звездные задачи**Вариант 1**

1. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{ax+4}$ будет отрезок.
2. Найдите область значений функции $y = \frac{|x|}{x} + \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-3|}{x-3}$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции для каждого значения параметра a . $y = x^2 - 4x$ на отрезке $[-1; a]$.
4. Постройте график функции и определите, существует ли для нее обратная функция. Если да, то на том же чертеже постройте график обратной функции и задайте ее аналитически $y = x + 2|x|$

Звездные задачи**Вариант 2**

1. Найдите все значения параметра a , при которых область определения функции $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{ax+4}$ будет пустое множество.
2. Найдите область значений функции $y = \frac{|x|}{x} - \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|x-3|}{x-3}$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции для каждого значения параметра a . $y = -x^2 + 2x - 3$ на отрезке $[a; 3]$.

4. Постройте график функции и определите, существует ли для нее обратная функция. Если да, то на том же чертеже постройте график обратной функции и задайте ее аналитически $y = 2|x| - 5x$