

Теория

1. Определение рационального неравенства. Решение неравенства. Примеры.
2. Правила решения рациональных неравенств. Примеры.
3. Метод интервалов решения рациональных неравенств. Примеры.
4. Множество. Способы задания. Примеры.
5. Подмножество. Примеры.
6. Пересечение множеств. Примеры.
7. Объединение множеств. Примеры.
8. Определение системы неравенств. Решение системы неравенств. Привести примеры систем, не имеющих решения, имеющих ровно 3 решения, имеющих бесконечно много решений.
9. Определение совокупности неравенств. Решение совокупности неравенств. Привести примеры совокупностей, не имеющих решения, имеющих ровно 3 решения, имеющих бесконечно много решений.
10. Решение неравенств вида $|f(x)| > c$ и $|f(x)| < c$.
11. Решение неравенств вида $|f(x)| < g(x)$. Пример
12. Решение неравенств вида $|f(x)| > g(x)$. Пример.
13. Универсальный метод решения неравенств с модулем. Пример.
14. Решение неравенств вида $\sqrt{f(x)} > c$ и $\sqrt{f(x)} < c$.
15. Решение неравенств вида $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}$.
16. Решение неравенств вида $\sqrt{f(x)} < g(x)$. Пример.
17. Решение неравенств вида $\sqrt{f(x)} > g(x)$. Пример.

Уровень В

1. Решите неравенство:

$$\text{a. } \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+5)} \leq 0$$

$$\text{b. } \left(3x - \frac{2}{x}\right)^2 > \frac{2}{x} + 2 - 3x$$

2. Решите систему неравенств:

$$\text{a. } \begin{cases} 5x^2 + 7x - 34 \geq 0, \\ 0,5x - 1,7 \leq 0. \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 9 - 3x > 1, \\ \frac{1}{x+2} \leq 1, \\ x^2 > 2x - 1. \end{cases}$$

3. Найдите все значения x , удовлетворяющие условиям:

$$\begin{cases} 12x^2 - 4x - 1 \leq 0, \\ 25x^2 - 5x - 2 < 0. \end{cases}$$

4. Решите неравенство:

$$\text{a. } |5 - 3x| > 1$$

$$\text{b. } |5x + 3| < |2x - 1|$$

$$\text{c. } \sqrt{64 - 3x} \geq 8$$

$$\text{d. } \sqrt{x^2 - 12x + 11} \geq \sqrt{x - 1}$$

5. Для каждого значения a решите неравенство

$$\text{a. } \frac{1}{x} > \frac{2}{x-a}$$

$$\text{b. } |x - a| < x$$

Уровень С

2. Решите неравенство:

$$\text{a. } \frac{x^2(x+1)^3}{|x-2|(x+5)^4} \leq 0 \quad \text{b. } 25x^4 - 50x^3 + 14x^2 + 10x + 1 \leq 0$$

3. Решите систему неравенств:

$$\text{a. } \begin{cases} 9x^2 - 48x + 64 > 0, \\ 2x^2 - 9x + 1 \geq 0. \end{cases} \quad \text{b. } \begin{cases} \frac{1}{x} - x \geq 2x - \frac{2}{x}, \\ \frac{1-x^2}{x^2-9} \geq 0. \end{cases}$$

4. Найдите все значения x , удовлетворяющие

условиям:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - 5 > 1, \\ \frac{1}{x^2 - 7x} < 0. \end{cases}$$

5. Решите неравенство:

$$\text{a. } \left| x - \frac{4}{x} \right| < 3 \quad \text{b. } |5x + 7| < 8x - 11$$
$$\text{c. } \sqrt{\frac{4x}{3} - \frac{x-3}{5}} \leq 2 \quad \text{d. } \sqrt{x^2 + 5x - 6} \geq 6 + x$$

6. Для каждого значения a решите неравенство

$$\text{a. } \frac{a}{x} - \frac{1}{x+2} > 0 \quad \text{b. } |x-3| + |x+5| < a$$

Звездные задачи

1. Решите неравенство:
$$\frac{|x^2 - 2x - 1| - |x^2 - 3x - 3|}{|x^2 + x - 2| - |2x^2 + 3x - 6|} \leq 0$$

2. Найдите все целые x , не удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} 3x^2 - 5x - 8 \geq 0 \\ (x^2 + 3x - 1)^{20} \geq (x^2 - 7x - 5)^{20} \end{cases}$$

3. Решите неравенство:
$$\frac{|x+1| - 2|x-4|}{|x-1| - |1-3x|} \leq 0$$

4. Определите все значения параметра t , при котором неравенство $|x+2| + |x-7| + |x+4| \geq t$ выполняется при любых значениях x .

5. Решите неравенство
$$\frac{\sqrt{4x - x^2 - 3} - 6 + 3x}{3x - 5} \leq 1$$

6. Решите неравенство для каждого значения a :

$$|2x^2 - x - a + 2| \geq |2x^2 - 3x + a - 1|$$