

Теория

1. Уравнение с двумя переменными. Решение уравнения. Равносильные уравнения.

Примеры.

2. Однородные уравнения. Алгоритм решения. Примеры.

3. График уравнения. Уравнение окружности. Построить график уравнения

$$\frac{x^2 - 6x + y^2 + 2,75}{4x - 3y} = 0$$

4. Неравенства с двумя переменными. Решение неравенств с двумя переменными.

Примеры.

5. Система уравнений с двумя неизвестными, ее решение. Графический способ решения систем уравнений с двумя неизвестными. Примеры.

6. Система неравенств с двумя неизвестными, ее решение. Графический способ решения систем неравенств с двумя неизвестными. Примеры.

7. Решение систем уравнений методом подстановки. Примеры.

8. Решение систем уравнений методом алгебраического сложения. Примеры.

9. Решение систем уравнений методом замены переменной. Примеры.

10. Решение систем уравнений методом почленного деления и умножения. Примеры.

11. Однородные системы. Алгоритм решения. Примеры.

12. Симметрические системы. Алгоритм решения. Примеры.

13. Иррациональные системы. Методы решения. Примеры.

14. Системы с модулем. Методы решения. Примеры.

Уровень В

1. Постройте график уравнения:

a. $x^2 - y^2 = 0$ b. $3|x| - 4|y| = 12$

2. На координатной плоскости Oxy постройте множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:

a. $x \geq -4y^2$ b. $x^2 - 4x + y^2 \geq 5$

3. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств:
$$\begin{cases} x \leq 2, \\ 3y - x \leq 4, \\ y \geq -x. \end{cases}$$

4. Решите графически систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = 0,5x^2 + 2. \end{cases}$$

5. Решите системы уравнений:

a.
$$\begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3}, \\ x - 2y = 2. \end{cases}$$
 b.
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18. \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 2(x+y)^2 + 3(x+2y) = 5, \\ 3(x+2y) - 2x - 2y = 5. \end{cases}$$
 d.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 16. \end{cases}$$

6. Решите системы уравнений:

a.
$$\begin{cases} x^2 + 4xy - 3y^2 = 2, \\ x^2 - xy + 5y^2 = 5. \end{cases}$$
 b.
$$\begin{cases} xy - 3x - 3y = -8, \\ x^2 + y^2 - 5x - 5y = -12. \end{cases}$$

7. Решите системы уравнений:

a.
$$\begin{cases} \sqrt{x+2y} = 2, \\ \sqrt{x-y} = 1. \end{cases}$$
 b.
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{1-y} = 5, \\ 2\sqrt{x} - \sqrt{1-y} = 4. \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} 0,5x - |y-1| = -1, \\ y - x = 2. \end{cases}$$

8. Моторная лодка против течения реки проплыла 10 км, а по течению 9 км, при этом по течению она шла 45 мин, а против течения – 1 час 15 минут. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.

9. Две бригады, работая вместе, могут выполнить задание за 8 часов. Первая бригада, работая одна, могла бы выполнить задание на 12 часов быстрее, чем вторая. За сколько часов могла бы выполнить задание первая бригада, если бы она работала одна?

Уровень С

1. Постройте график уравнения:

a. $|x| \cdot |y| = 2$

b. $|x| = \sqrt{4 - y^2}$

2. На координатной плоскости Оху постройте множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству:

a. $2|x| + 3|y| \leq 6$

b. $(|x| - 3)^2 + (y - 2)^2 \geq 1$

3. Найдите площадь фигуры, заданной неравенством $|x| + |y| \leq 4$

4. Решите графически систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 - y = 3 - 2x, \\ y = |x + 1| - 4. \end{cases}$$

5. Решите системы уравнений:

a.
$$\begin{cases} x^2 + 4y = 28, \\ y^2 + 12x = -68. \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} (x + y)^2 + 2x = 35 - 2y, \\ (x - y)^2 - 2y = 3 - 2x. \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} \frac{5}{x^2 - xy} + \frac{4}{y^2 - xy} = -\frac{1}{6}, \\ \frac{7}{x^2 - xy} - \frac{3}{y^2 - xy} = \frac{6}{5}. \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} \frac{x + 1}{y - 3} = 1, \\ (x + 1)(y - 3) = 4. \end{cases}$$

6. Решите системы уравнений:

a.
$$\begin{cases} x^2 + x(y - 1) + (y - 1)^2 = 3, \\ x^2 + y^2 = 2y + 1. \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x^3 + y^3 - xy + 2x + 2y = 5, \\ xy + x + y = 3. \end{cases}$$

7. Решите системы уравнений:

a.
$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{y - 2} = 0, \\ y - x = 7. \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \sqrt{2x - y} + \sqrt{2x + y} = 5, \\ \sqrt{4x^2 - y^2} = 6. \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x + y + 4xy = 6, \\ xy|x + y| = 2. \end{cases}$$

8. На перегоне от пункта А до пункта В поезд шел со скоростью на 10км/ч меньше намеченной. Поэтому он пришел в пункт В на 24 минуты позже расписания. Перегон от В до С, который на 30 км длиннее перегона от А до В, поезд прошел со скоростью, указанной в расписании, и прибыл в С через 2,5 часа после выхода из В. За какое время состав должен был пройти перегон АВ по расписанию, если скорость поезда на всех перегонах была одинакова.

9. Четыре одинаковых насоса, работая вместе, наполнили нефтью первый танкер и треть второго, другого объема, за 11 часов. Если бы три насоса наполнили первый танкер, а затем четверть второго, то работа заняла бы 18 часов. За сколько часов три насоса могут наполнить второй танкер?

Звездные задачи

1. Решите систему при всех значениях параметра a :
$$\begin{cases} ax - 2y = a, \\ 2x - ay = 2. \end{cases}$$

2. Постройте график уравнения $|2y + x| - 1 + 3y = |y|$.

3. Найдите все значения параметра a , при котором система имеет единственное

решение:
$$\begin{cases} x + y = 2a, \\ x + y + 4xy = 2. \end{cases}$$

4. Найдите все значения параметра a , при котором система имеет единственное

решение:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + y = a, \\ x + y = 1. \end{cases}$$

5. Найдите все значения параметра a , при котором система имеет ровно 4 решения:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ 4 + y = |x|. \end{cases}$$

