

Неравенства с модулем

$$1. |f(x)| \leq a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq a, \\ f(x) \geq -a. \end{cases} \text{ при условии, что } a \geq 0$$

$$2. |f(x)| < a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < a, \\ f(x) > -a. \end{cases} \text{ при условии, что } a > 0$$

$$3. |f(x)| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq a, \\ f(x) \leq -a. \end{cases} \text{ при условии, что } a \geq 0$$

$$4. |f(x)| > a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > a, \\ f(x) < -a. \end{cases} \text{ при условии, что } a \geq 0$$

$$5. |f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x), \\ f(x) \geq -g(x). \end{cases}$$

$$6. |f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x). \end{cases}$$

$$7. |f(x)| \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq g(x), \\ f(x) \leq -g(x). \end{cases}$$

$$8. |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \\ f(x) < -g(x). \end{cases}$$

$$9. |f(x)| \vee |g(x)| \Leftrightarrow (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) \vee 0$$

Иррациональные неравенства

$$1. \sqrt{f(x)} \geq a \Leftrightarrow f(x) \geq a^2 \text{ при условии, что } a \geq 0$$

$$2. \sqrt{f(x)} \leq a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq a^2, \\ f(x) \geq 0. \end{cases} \text{ при условии, что } a \geq 0$$

$$3. \sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$$

$$4. \sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) \geq g^2(x); \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0. \end{cases} \end{cases}$$

$$5. \sqrt{f(x)} \leq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x), \\ f(x) \geq 0. \end{cases}$$

$$6. \sqrt{f(x)} \cdot g(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

$$7. \sqrt{f(x)} \cdot g(x) \underset{\leq}{\geq} 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) \underset{\leq}{\geq} 0; \\ f(x) = 0, \\ g(x) \text{ определена} \end{cases}$$

Логарифмические неравенства

$$1. \log_{h(x)} f(x) \vee \log_{h(x)} g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} (h(x)-1)(f(x)-g(x)) \vee 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0, \\ h(x) \neq 1. \end{cases}$$

$$2. \log_{f(x)} h(x) \vee \log_{g(x)} h(x) \Leftrightarrow \begin{cases} (h(x)-1)(f(x)-1)(g(x)-1)(g(x)-f(x)) \vee 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0, \\ f(x) \neq 1, \\ g(x) \neq 1. \end{cases}$$

$$3. \log_{h(x)} f(x) + \log_{h(x)} g(x) \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (h(x)-1)(f(x) \cdot g(x) - 1) \vee 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0, \\ h(x) \neq 1. \end{cases}$$

$$4. \log_{h(x)} f(x) \cdot \log_{p(x)} g(x) \vee 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (f(x)-1)(g(x)-1)(h(x)-1)(p(x)-1) \vee 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ h(x) > 0, \\ h(x) \neq 1, \\ p(x) > 0, \\ p(x) \neq 1. \end{cases}$$